L.Taher El Hadded El Hamma Devoir de Synthèse N°2 Niveau 3eme

Année scolaire 2009/2010 durée : 3 heures Section : Math

NB : - Il sera tenu compte de la rédaction et la rigueur de raisonnement.

- Tout résultat parachuté sera compté faux

Exercice n°1 : (3pts)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point

1) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. l'ensemble des points M d'affixes z tel que $|z-i|=2$ est :

a)une droite b) le plan complexe c) un cercle

2) Si z est un nombre complexe alors Re (iz) est

a) i Ré(z) b) Im(z) c) - Im (z)

3) Si $Z=\frac{1+z_1z_2}{z_1+z_2}$ ou z_1 et z_2 deux nombres complexe telle que $z_1+z_2 \neq 0$ et $|z_1|=|z_2| = 1$ alors

a)Z est réel   b)Z est imaginaire pur   c) Im (z) est non nul

Exercice n°2 : (6pts)

Soit f une fonction définie sur IR \{1}

Le graphique donnée dans la page 4 représente une partie de C_f courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

La partie représentée par C_f admet une tangente horisontale au point P(2,5) et une asymptote d'équation $x = 1$

1) Dans cette partie, utiliser le graphique pour répondre aux questions .

a- Déterminer $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

b- Dresser le tableau de variation de f sur]1,4] (on ne cherchera pas à déterminer f(4))

2) On suppose qu'il existe deux réels a et b tels que pour tout $x \in$ IR\{1}

on a : $f(x)= ax+b + \frac{1}{x-1}$

a- Montrer que f est dérivable sur K \{1} et déterminer $f'(x)$.

b- En déduire les valeurs de a et b

3) On suppose dans la suite que pour tout $x \in$ IR \{1} , $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x-1}$

a- Dresser le tableau de variation de f

b- Montrer que la droite π : $y = x +2$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$

c- Montrer que le point I (1,3) est un centre de symétrie de (C_f) .

d- Tracer π est compléter le graphique donné par obtenir (C_f).

Exercice n°3 : (6pts)

On considère un parallélogramme ABCD de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit E le point tel que CED soit un triangle équilatéral direct.

1) Montrer qu'il existe une rotation R telle que R(A) = E et R(B) = D.Préciser son angle χ et construire son centre I

2) La droite (EC) coupe (AB) en F.

a- Montrer que AFE est équilatéral direct et que R (F) = A

b- En déduire que I est le centre du cercle circonscrit au triangle A EF

3) Soit R' la rotation de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{3}$. Trouver R'(D) et R'(F) et en déduire que (FD) et (BE) se coupent en un point J tel que $\left(\overrightarrow{JD},\overrightarrow{JB}\right) \equiv -\frac{\pi}{3}[2\pi]$ où $\left(\overrightarrow{JD},\overrightarrow{JB}\right) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$

4) Soit θ le cercle de centre Ω circonscrit au triangle ABD.

a- Montrer que θ passe par I et J.

b- Montrer que les points I, O et Ω sont alignés.

Exercice n°4 : (5pts)

On considère le deux nombres complexes z_1 et z_2

Définies par : $z_1 = 1+\cos\lambda + i\sin\lambda$ et $z_2 = 1-\cos\lambda + i\sin\lambda$; λ 4 $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

1) a- Exprimer $1+\cos\lambda$ et $1-\cos\lambda$ en fonction de $\frac{\theta}{2}$

b- Vérifier que $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right) = \sin\frac{\theta}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right) = \cos\frac{\theta}{2}$

2) a- Préciser le signe de $\sin\frac{\theta}{2}$ et $\cos\frac{\theta}{2}$ si λ 4 $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

b- Ecrire alors z_1 et z_2 sous forme trigonométrique

3) On prend dans la suite $\lambda = \frac{\pi}{6}$

a- Calculer $|z_1|$ et déduire $\cos\frac{\pi}{12}$; b- Calculer $|z_2|$ et déduire $\sin\frac{\pi}{12}$

4) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{i}, \vec{j})$ A et B deux points d'affixes respectives $z_1 - 1$ et $-z_2+1$

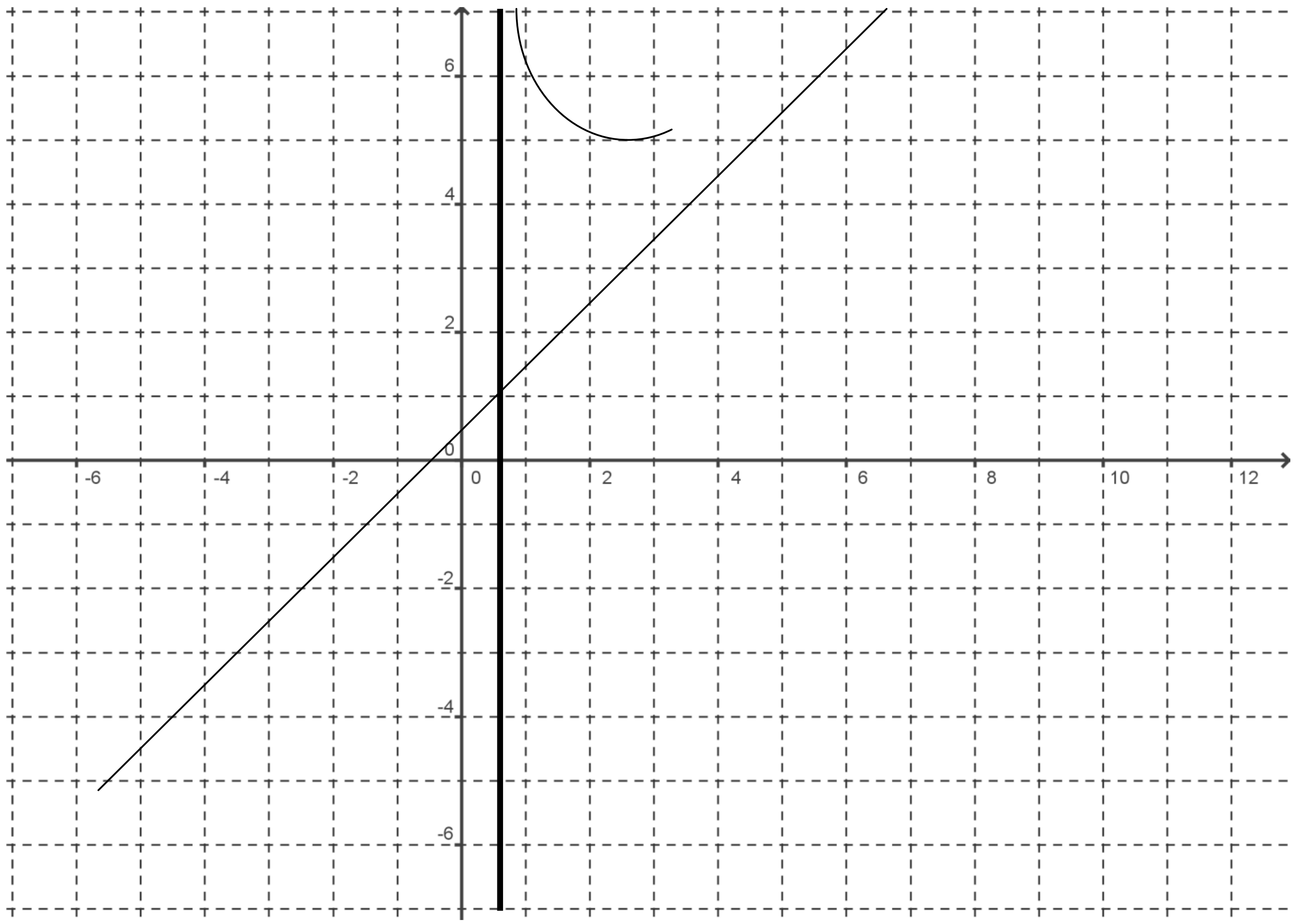
a- Vérifier que A et B sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

b- Montrer que OAB est un triangle équilatéral et préciser l'affixe de son centre G.

Avec mes encouragements

Essahli Imed

Page 4 (feuille à rendre)



L.Taher El Hadded El Hamma — Devoir de contrôle N°2 — Niveau 3^{eme}

Année scolaire 2009/2010 — durée : 2 heures — Section : Math

NB : - Il sera tenu compte de la rédaction et la rigueur de raisonnement.

- Tout résultat parachuté sera compté faux

Exercice n°1 : (3pts)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point

1) Soit A = $\sin\frac{\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8}$

a) A = $\frac{\sqrt{2}}{4}$ b)A=- $\frac{\sqrt{2}}{4}$ c) A= $\sqrt{2}$

2) Soit f une fonction paire et (C) sa courbe dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

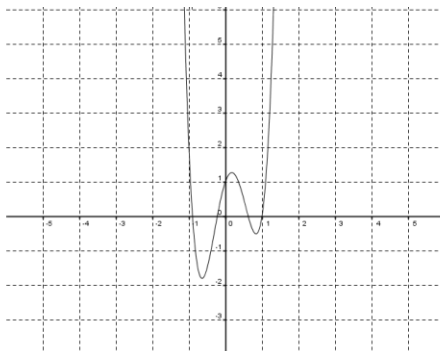
Si la droite d'équation y = 2 est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$ alors l'asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$ est :

a) y=2 b) y=-2 c) x=-2

3) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. Soit $\vec{u}=\vec{i}+\sqrt{3}\vec{J}$ et $\vec{v}=\sqrt{2}\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}$

a) sin $\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ b) sin $\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ c) sin $\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\dfrac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

Exercice n°2 :



Partie1 : (3pts)

Le graphique ci-contre représente la courbe

de la fonction f définie par $f(x)=8x^4-4x^3-8x^2+3x+1$.

A partir de graphique

1) Déterminer f(0) ; f(1) ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) Déterminer le nombre de solution de l'équation f(x) =0

3) f est elle continue sur $\mathbb{R}$*. Justifier.*

Partie2 : (8pts)

Dans cette partie, on se propose de déterminer les solutions de l'équation f(x) =0

1) a- Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'équation (E) : cos4x = cos3x.*

b- En déduire les solutions de l'équation (E) qui appartiennent à $[0,\pi]$

2) a- Montrer que pour tout x $\in\mathbb{R}$, $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$.

b- Montrer que pour tout x $\in\mathbb{R}$, $\cos 4x = 8\cos^4 x - 8\cos^2 x+1$

c- Montrer que pour tout réel χ *si* χ *est une solution de l'équation (E) alors* $\cos\chi$ *est une solution de l'équation f(x)=0*

d-Déterminer alors les solutions de l'équation f(x)=0

3) a- Factoriser f(x).

b- En déduire la valeur de $\cos\frac{2\pi}{7}\times\cos\frac{4\pi}{7}\times\cos\frac{6\pi}{7}$

Exercice n°3 : (6pts)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+2x-2}{x-1} & si\ x>1\\ \sqrt{x^2+1}+x & si\ x\leq 1\end{cases}$$

1*) a- Vérifier que* $f(x)=x+3+\frac{1}{x-1}$ si $x>1$

b- Montrer que la droite d'équation y=x+3 est une asymptote **C***f au voisinage de +∞*

2) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ *, interpréter graphiquement le résultat.*

3) On pose g(x) = x+3 , $x\in]1,+\infty[$

a- Montrer que **C***f est asymptote à* **C***g au voisinage de +∞*

b- On considère un point M de **C***f et un point N de* **C***g d'abscisse* x_0

En considérant que l'épaisseur d'un trait de crayon est d'environ 10^{-3}*m déterminer à partir de quelle valeur de* x_0 *, les points M et N sembleront confondus.*

Avec mes encouragements

Essahli Imed